Serie 7 4ª Att

① $\dfrac{4x-2}{x^2-1} - \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{5}{x-1}$ U.E: $x \neq 1$, $x \neq -1$

prodotto notevole (si può scomporre/fattorizzare)

$$\frac{4x-2}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{x+1} = \frac{5}{x-1} \quad \Big/ \cdot (x+1)$$

$$(x+1)\cdot\left[\frac{4x-2}{(x+1)(x-1)} - \frac{3}{x+1}\right] = \frac{5}{x-1}\cdot(x+1)$$

(proprietà distributiva)

$$\overset{1}{\cancel{(x+1)}}\cdot\frac{4x-2}{\underset{1}{\cancel{(x+1)}}(x-1)} - \overset{1}{\cancel{(x+1)}}\cdot\frac{3}{\underset{1}{\cancel{x+1}}} = \frac{5\cdot(x+1)}{x-1}$$

(moltiplicazione tra frazioni, posso semplificare prima di moltiplicare)

$$\frac{4x-2}{x-1} - 3 = \frac{5\cdot(x+1)}{x-1} \quad \Big/ \cdot (x-1)$$

$$(x-1)\cdot\left(\frac{4x-2}{x-1} - 3\right) = \frac{5\cdot(x+1)}{\underset{1}{\cancel{x-1}}}\cdot\overset{1}{\cancel{(x-1)}}$$

$$\overset{1}{\cancel{(x-1)}}\cdot\frac{4x-2}{\underset{1}{\cancel{x-1}}} - (x-1)\cdot 3 = 5\cdot(x+1)$$

Con un po' di esperienza questi passaggi si fanno a mente senza scriverli

$$\cancel{(x-1)}^{1} \cdot \frac{4x-2}{\cancel{x-1}} - (x-1) \cdot 3 = 5 \cdot (x+1)$$

$$4x-2-3x-(-3) = 5x+5$$

$$x+1 = 5x+5 \qquad |-x \quad |-5$$

$$-4 = 4x \qquad |:4$$

$$-1 = x$$

$$S = \{\ \}$$

L'equazione non ha soluzioni.

$x=-1$ non è una soluzione accettabile poichè questo valore causerebbe una divisione per $\emptyset$ nell'equazione di partenza.

?

Ricordi perchè la divisione per zero non ha senso in matematica?

2 $h: x \longmapsto y = 5 + \frac{1}{3}x$ $\quad i: x \longmapsto y = \frac{4}{9}x$

a) $h(0) = 5 + \frac{1}{3} \cdot 0 = 5$

h passa per $(0;5)$ e non per l'origine.

$i(0) = \frac{4}{9} \cdot 0 = 0$

i passa per il punto $(0;0)$

b) In generale, per la funzione affine abbiamo $y = a \cdot x + b$

pendenza

$\frac{4}{9} > \frac{1}{3} \Rightarrow$ i ha maggior pendenza

c) $\left(5; \frac{20}{9}\right)$ $\quad h(5) = 5 + \frac{1}{3} \cdot 5 = 5 + \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$

$i(5) = \frac{4}{9} \cdot 5 = \frac{20}{9}$

$\Rightarrow$ i passa per il punto $\left(5; \frac{20}{9}\right)$

d) $(45;20)$

$\uparrow \quad \uparrow$

$x \quad y$

$h(45) = 5 + \frac{1}{3} \cdot 45 = 5 + 15 = 20$

$i(45) = \frac{4}{9} \cdot 45 = 20$

$\Rightarrow$ Entrambe passano per il punto $(45;20)$.

e) Lo abbiamo già trovato al punto d).
Il punto di intersezione è $(45;20)$.
(***)
Non l'avessimo trovato "a caso", dovremmo cercare l'argomento per il quale entrambe le funzioni abbiano la stessa immagine.
Lo possiamo trovare risolvendo questa equazione:

$$h(x) = i(x)$$

$$5 + \frac{1}{3} \cdot x = \frac{4}{9} \cdot x \quad | \cdot 9$$

$$45 + 3x = 4x \quad | -3x$$

$$45 = x$$

Quindi la coordinata x del punto di intersezione è 45.
Per trovare la y, basta inserire 45 come argomento di una delle due funzioni:

$$i(45) = \frac{4}{\cancel{9}_{1}} \cdot \cancel{45}^{5} = 4 \cdot 5 = 20$$

(3) $a = 1{,}2 \cdot 10^{10}$ $\quad b = 5 \cdot 10^{-6}$

$$\boxed{a \cdot b} = (1{,}2 \cdot 10^{10}) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) =$$ proprietà associativa della moltiplicazione

$$= 1{,}2 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-6} =$$ prop. commutativa della moltiplicazione

$$= 1{,}2 \cdot 5 \cdot \underbrace{10^{10} \cdot 10^{-6}} =$$

$$\boxed{= 6 \cdot 10^{4}}$$

proprietà delle potenze

$$10^{10} \cdot 10^{-6} = 10^{10+(-6)} = 10^{4}$$

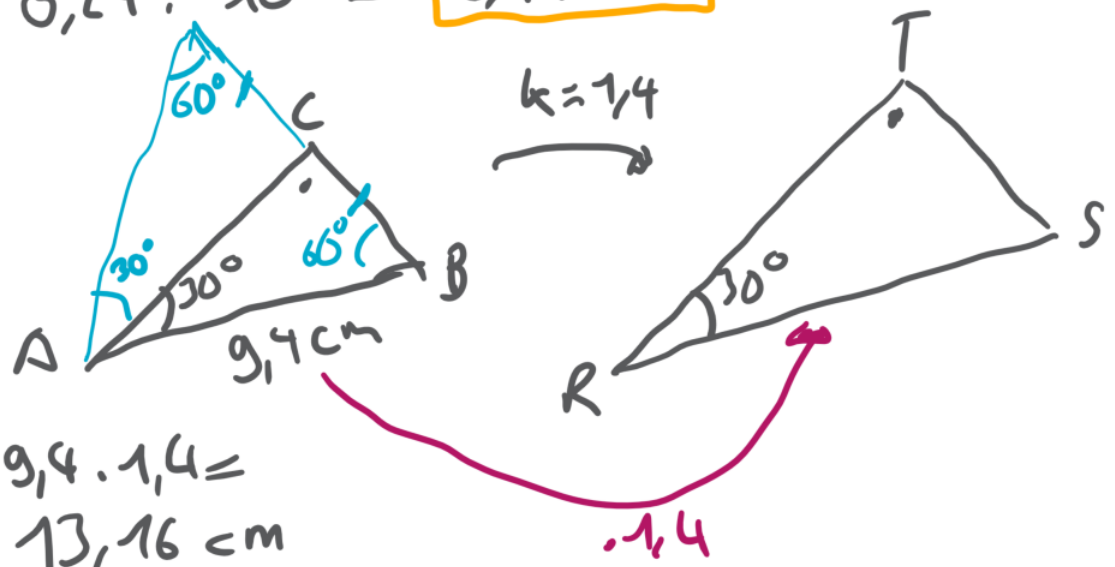
$$\boxed{\frac{a}{b}} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{10}}{5 \cdot 10^{-6}} = \frac{1{,}2}{5} \cdot \frac{10^{10}}{10^{-6}} =$$

moltiplicazione tra frazioni (al contrario)

prop. potenze $10^{10} : 10^{-6} = 10^{10-(-6)} = 10^{16}$

$$= 0{,}24 \cdot 10^{16} = \boxed{2{,}4 \cdot 10^{15}}$$

(4)



$|RS| = 9{,}4 \cdot 1{,}4 =$
$= 13{,}16$ cm

$|CB| = 9{,}4 : 2 = 4{,}7$ cm (Il triangolo ABC è la metà di un triangolo equilatero)

$|TS| = 4{,}7 \cdot 1{,}4 = 6{,}58$ cm

$|AC| = \sqrt{9{,}4^2 - 4{,}7^2} \cong 8{,}14$ cm

$|RT| = 8{,}14 \cdot 1{,}4 =$
$= 11{,}396$ cm

5 $\begin{cases} x - y = 5 & (1) \\ 2x = y + 3 & (2) \end{cases}$

Da (1): $x - y = 5 \quad | +y$

$\boxed{x = 5 + y}$

sostituzione in (2):

$2 \cdot (5 + y) = y + 3$

$10 + 2y = y + 3 \quad | -y \quad | -10$

$\boxed{\begin{aligned} y &= -7 \\ x &= 5 + (-7) = -2 \end{aligned}}$

$\begin{cases} 5b - 7a = 3b + 3a & (1) \\ 2b + a = b + 5a - 2 & (2) \end{cases}$

Da (1):

$5b - 7a = 3b + 3a \quad | -3b \quad | +7a$

$2b = 10a \quad | :2$

$\boxed{b = 5a}$

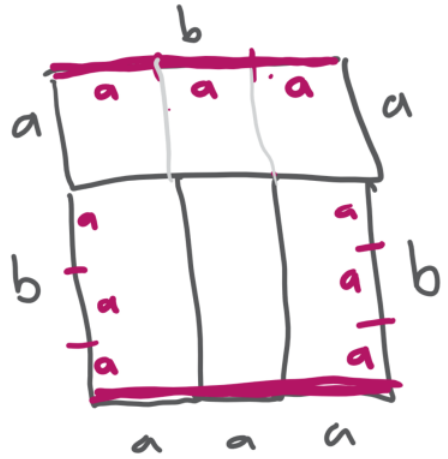
Sostituzione in (2):

$2 \cdot 5a + a = 5a + 5a - 2$

$11a = 10a - 2 \quad | -10a$

$\boxed{a = -2 \qquad b = 5 \cdot (-2) = -10}$

(6)



$P = 112\,cm$

$b = a + a + a = 3a$

$P = b + a + b + a + a + a + b + a =$

$= 3b + 5a = 3 \cdot (3a) + 5a =$

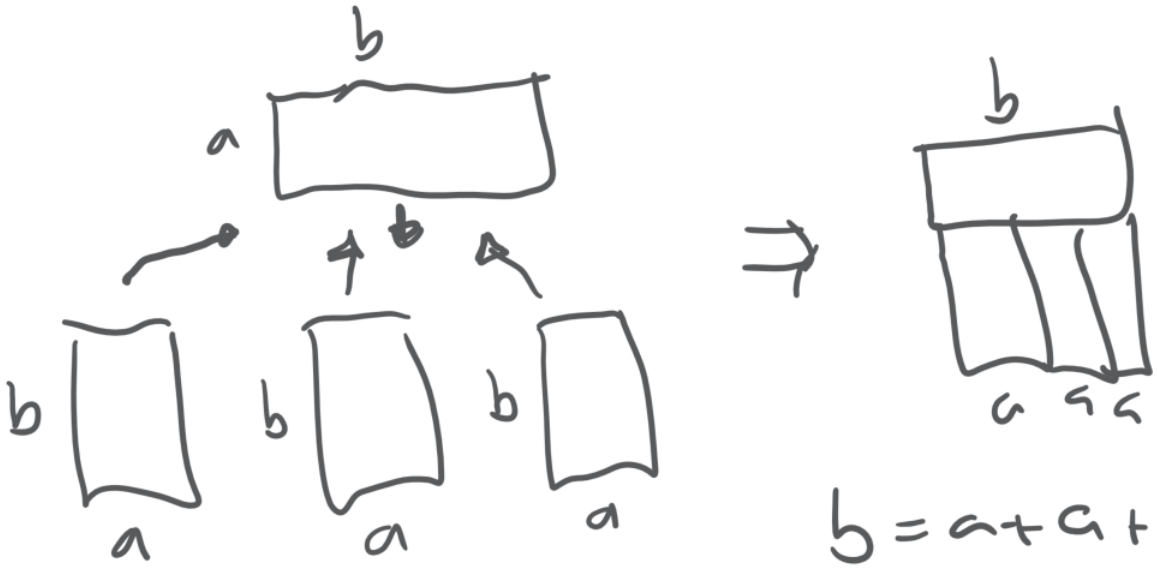
$= 9a + 5a = 14a$ $\quad b = 3a$

$\Rightarrow 14a = 112 \quad | :14$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 8\,cm \\ b &= 3 \cdot 8 = 24\,cm \end{aligned}}$$

$\boxed{A =} (8 + 24) \cdot 24 = 32 \cdot 24 = 16 \cdot 48 = 8 \cdot 96 = 4 \cdot 192 = 4 \cdot (200 - 8) =$

$= 800 - 32 = \boxed{768\,cm^2}$



$b = a + a + a$

Serie 7 4ª att.

7. Fra i seguenti polinomi riconosci i prodotti notevoli e scomponili in fattori:

a) $n^2 - 1 =$

b) $9 + 6a + a^2 =$

c) $16 + b^2 - 8a =$

d) $25 + a^2 + 10a =$

e) $b^2 + 49 - 14b =$

f) $121 - 44a + 4a^2 =$

g) $64 + a^2 - 16a =$

h) $4k^4w^2 - 36a^3k^2w + 81a^6 =$

a) $n^2 - 1 = (n+1)\cdot(n-1)$

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$ (con $a=n$ e $b=1$)

b) $9 + 6a + a^2 = a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2$

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $(a=a,\ b=3)$

$b^2 = 9 \Rightarrow b=3$ o $b=-3$

c) $16 + b^2 - 8a = b^2 - 8a + 16 \overset{?}{=} (b-4)^2$

tentativo

Non è un prodotto notevole.

$b^2 - 8b + 16$ ✗

d) $25 + a^2 + 10a = a^2 + 10a + 25 = (a+5)^2$

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

e) $b^2 + 49 - 14b = b^2 - 14b + 49 = (b-7)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

Verifica:

$(b-7)^2 =$

$(b-7)(b+7) =$

$b^2 - 7b - 7b + 49 =$

$b^2 - 14b + 49$ ✓

$121 = 11^2$

f) $121 - 44a + 4a^2 =$

$= 4a^2 - 44a + 121 = (2a-11)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

g) $64 + a^2 - 16a = a^2 - 16a + 64 = (a-8)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$= (2k^2w)^2$

$= (9a^3)^2$

h) $4k^4w^2 - 36a^3k^2w + 81a^6 =$

$81a^6 - 36a^3k^2w + 4k^4w^2 = (9a^3 - 2k^2w)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

8. Semplifica queste espressioni:

a) $\frac{a+b}{b+a} =$

b) $\frac{a-b}{b-a} =$

c) $\frac{4x^2-9}{4x^2-12x+9} =$

d) $\frac{3a^2-3}{3a^2+6a+3} =$

8) a) $\frac{a+b}{b+a} = \frac{\cancel{a+b}^{\,1}}{\cancel{a+b}_{\,1}} = \boxed{1}$

b) $\frac{a-b}{b-a} = ?$ Facciamo alcuni tentativi numerici:

$$\frac{5-3}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$\frac{12-17}{17-12} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$\frac{-8-(-7)}{-7-(-8)} = \frac{-1}{1} = -1$$

Farà sempre -1? Osserviamo: $b-a = b+(-a) = -a+b = -(a-b)$

$$\Rightarrow \frac{a-b}{b-a} = \frac{\cancel{a-b}^{\,1}}{-(\cancel{a-b}_{\,1})} = \frac{1}{-1} = \boxed{-1}$$

c) $\frac{\overset{a^2}{4x^2} \overset{-b^2}{-9}}{\underset{a^2 \; -2ab \; +b^2}{4x^2-12x+9}} = \frac{\overset{(a-b)\cdot(a+b)}{(\cancel{2x-3})(2x+3)}}{\underset{(a-b)^2}{(2x-3)^{\cancel{2}\,1}}} = \boxed{\frac{2x+3}{2x-3}}$

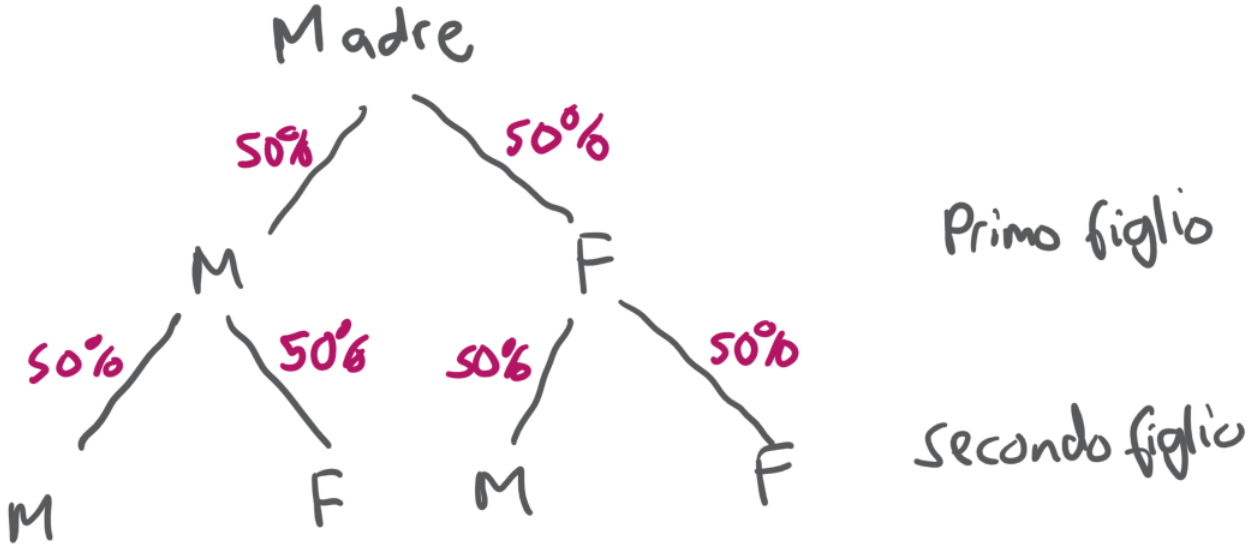
prodotti notevoli, si possono scomporre

d) $\frac{3a^2-3}{3a^2+6a+3} = \frac{\cancel{3}^{\,1}\cdot(a^2-1)}{\cancel{3}_{\,1}\cdot(a^2+2a+1)} = \frac{\cancel{(a+1)}^{\,1}(a-1)}{(a+1)^{\cancel{2}\,1}} =$

$$= \boxed{\frac{a-1}{a+1}}$$

9. Da un gruppo di madri che hanno due figli, ne scegliamo una a caso. Le chiediamo se almeno uno dei suoi figli è un maschio, e lei risponde di sì. Qual è la probabilità che anche l'altro suo figlio sia un maschio? Ammettiamo che la probabilità di partorire un maschio o una femmina sia identica.

Prova a dare prima una risposta istintiva...
Ora analizziamo la situazione.



Abbiamo 4 casi per i figli: MM ; MF ; FM ; FF

"almeno uno è maschio"
⇒ sono da considerare solo i 3 casi:

$\underbrace{MM}$; $\underbrace{MF ; FM}$

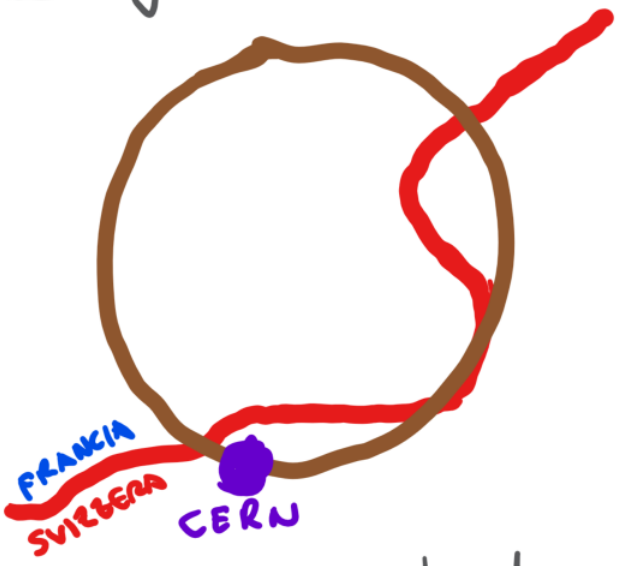
il secondo è pure maschio
1 CASO

il secondo è femmina
2 CASI

↓

1 CASO SU 3 ⇒ $\boxed{\text{Probabilità}(MM) = \frac{1}{3}} \cong 33\%$

Large Hadron Collider LHC @ CERN



$C = 27\ km$

$V_{luce} \cong 300'000\ km/s$

$V_{particelle} = 99{,}9999991\% \cdot V_{luce} =$
$\cong 300'000\ km/s$

In un secondo le particelle percorrono circa 300'000 km.

$300'000 : 27 \cong$ **11'111 giri** (al secondo)

Per avere un'idea della velocità della luce, consideriamo la Terra e la Luna distanti circa 380'000 km.