

$\pi$ **La somma degli angoli interni dei poligoni.**

In prima media o alle elementari hai scoperto che esiste una proprietà relativa agli angoli interni di un triangolo. Per qualsiasi triangolo sappiamo che la somma dei suoi angoli è sempre  $180^\circ$ .

Una proprietà simile esiste pure per quanto riguarda la somma degli angoli interni di un poligono qualsiasi.

Vediamo di riassumere queste proprietà in una tabella:

<i>Numero di lati</i>	<i>Nome del poligono</i>	<i>Somma degli angoli</i>
3	Triangolo	$180^\circ$
4	Quadrilatero	$360^\circ$
5	Pentagono	$540^\circ$
6	Esagono	$720^\circ$
7	Ettagono	$900^\circ$
...	...	...
n	n-agono	$(n - 2) \cdot 180^\circ$

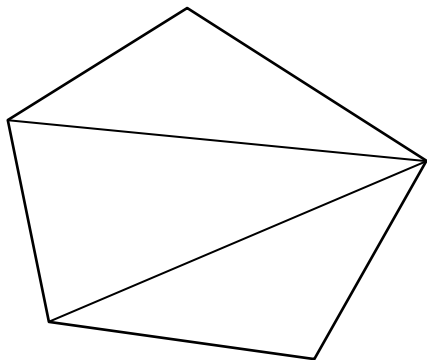
L'ultima riga della casella indica la formula generale valida per qualsiasi poligono:

$$\Sigma_{angoli} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

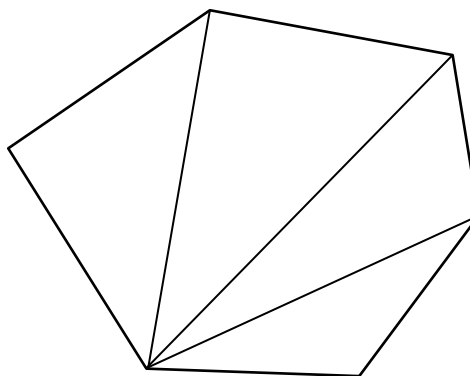
Ad esempio, per un poligono qualsiasi di 11 lati posso dire che la somma dei suoi angoli interni è di:  $(11 - 2) \cdot 180^\circ = 1620^\circ$ .

Perché è proprio così? Lo si può capire in due modi, scomponendo opportunamente il poligono in triangoli, come illustrato sul retro del foglio.

## 1. Scomposizione del poligono di n lati in n-2 triangoli



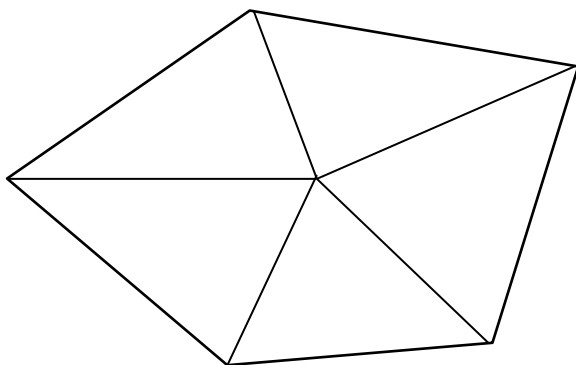
Il pentagono viene diviso in tre triangoli



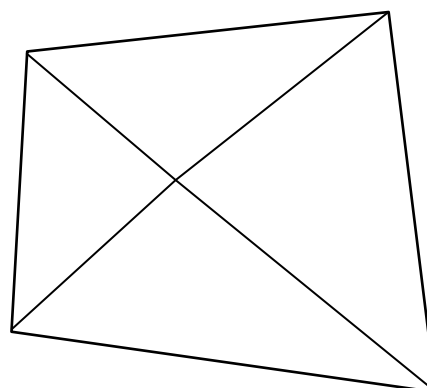
L'esagono viene diviso in quattro triangoli

Scomponendo in questo modo il poligono si ottiene un numero di triangoli uguale al numero dei lati del poligono meno due. La somma degli angoli dei triangoli presi in considerazione corrisponde alla somma degli angoli del poligono. Quindi, ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ , basta moltiplicare questo valore per il numero di triangoli presi in considerazione. In formula:  $\Sigma_{\text{angoli}} = (n - 2) \cdot 180^\circ$ .

## 2. Scomposizione del poligono di n lati in n triangoli



Il pentagono viene diviso in cinque triangoli



Il quadrilatero viene diviso in quattro triangoli

In questo caso si divide il poligono di n lati in n triangoli. La somma degli angoli dei triangoli però non corrisponde a quella degli angoli del poligono, dato che questi vanno a formare pure un angolo giro in mezzo al poligono. Alla somma degli angoli degli n triangoli dobbiamo quindi sottrarre  $360^\circ$  (la misura di un angolo giro). In formula:  $\Sigma_{\text{angoli}} = n \cdot 180^\circ - 360^\circ$ .

Le due formule ottenute si equivalgono; lo si può verificando applicando la proprietà distributiva della moltiplicazione:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = n \cdot 180^\circ - 2 \cdot 180^\circ = n \cdot 180^\circ - 360^\circ$$