

Insieme di definizione e delle immagini di una funzione.

Considera le funzioni reali f , g e h :

$$f : x \mapsto y = \frac{3}{4-x}$$

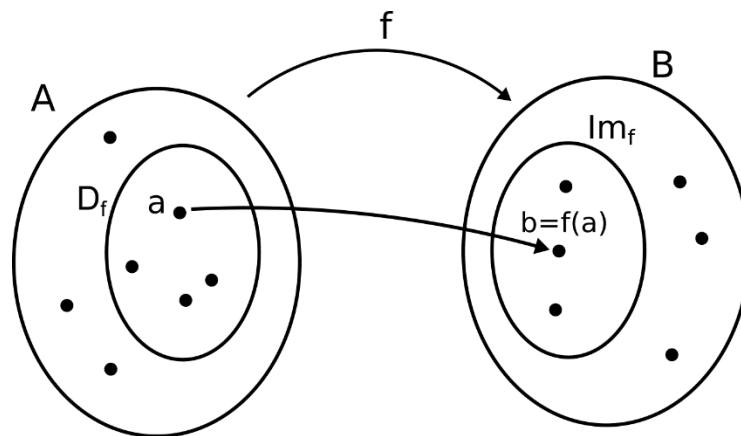
$$g : x \mapsto y = \sqrt{5-x}$$

$$h : x \mapsto y = x^2$$

- Qual è l'immagine di 4 rispetto alla funzione f ?
- Qual è l'immagine di 10 rispetto a g ?
- Qual è l'argomento che ha come immagine -4 rispetto a h ?

Non sempre ogni elemento dell'insieme di partenza ha un'immagine e non sempre un elemento dell'insieme di arrivo è immagine di qualcosa.

Per questo introduciamo due nuove definizioni:



L'**insieme di definizione** della funzione f (indicato con D_f), ovvero l'insieme di tutti i numeri appartenenti all'insieme di partenza che hanno un'immagine nell'insieme di arrivo.

L'**insieme delle immagini** della funzione f (indicato con Im_f), ovvero l'insieme di tutti i numeri appartenenti all'insieme di arrivo che hanno un argomento nell'insieme di partenza.

Come determinare l'insieme di definizione?

Bisogna analizzare quelle situazioni in cui un'espressione algebrica non è definita. Se consideriamo l'insieme \mathbb{R} , si tratta principalmente di analizzare:

- i denominatori: la divisione per zero non ha senso in \mathbb{R} .
- le radici quadrate (e tutte quelle di indice pari): non sono definite per valori negativi.

Esempio: $g : x \mapsto y = \sqrt{5-x}$

La funzione è definita solo se l'espressione sotto radice è maggiore o uguale a zero.

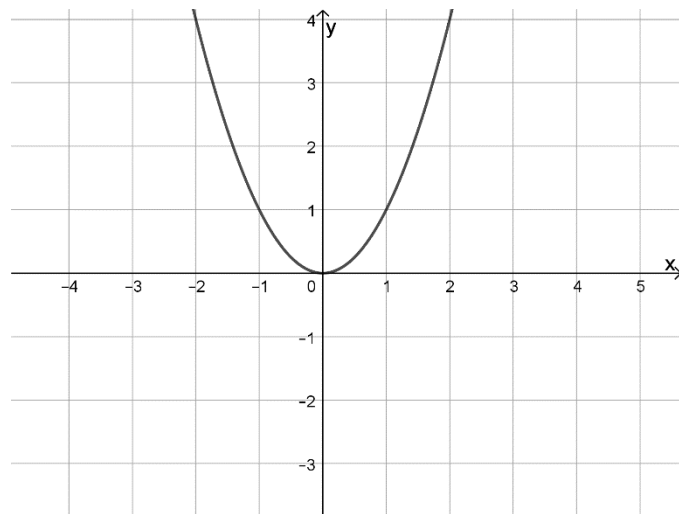
$$5-x \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq -5 \Leftrightarrow x \leq 5 \quad D_g =]-\infty; 5]$$

Come determinare l'insieme delle immagini?

Non abbiamo ancora molti strumenti analitici per capirlo. La via migliore è quella di ragionare sul grafico della funzione e guardare quali valori sull'asse y sono immagini di qualcosa.

A lato abbiamo il grafico della funzione quadratica elementare $h : x \mapsto y = x^2$

$\text{Im}_h = \dots\dots\dots$



Come scrivere questi insiemi?

Per funzioni reali è spesso comodo usare il linguaggio degli intervalli:

$$D_f =]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$$

Per funzioni in cui un solo numero (o solo alcuni numeri) non sono elementi di uno di questi insiemi possiamo usare anche questa più comoda notazione:

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$$

(il simbolo \setminus indica la differenza tra due insiemi; in questo caso significa tutto \mathbb{R} meno il numero 4).