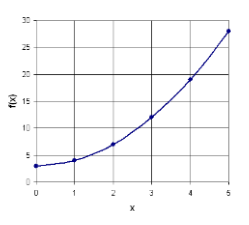


Insieme di definizione e delle immagini di una funzione.

Considera le funzioni reali f, g e h:

$$f : x \mapsto y = \frac{3}{4-x} \qquad g : x \mapsto y = \sqrt{5-x} \qquad h : x \mapsto y = x^2$$

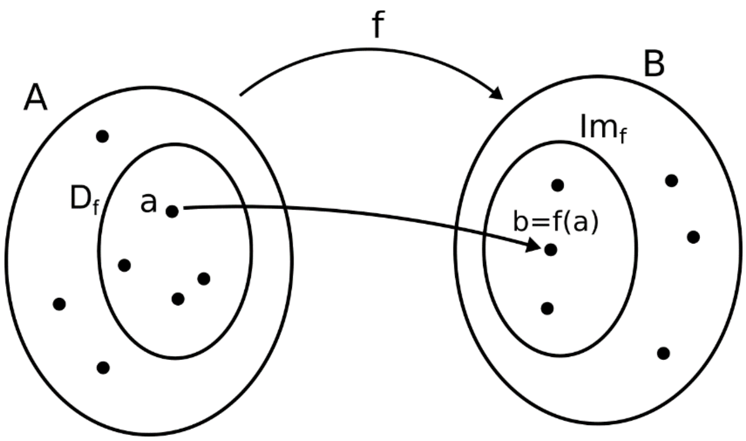
a) Qual è l'immagine di 4 rispetto alla funzione f?

b) Qual è l'immagine di 10 rispetto a g?

c) Qual è l'argomento che ha come immagine –4 rispetto a h?

Non sempre ogni elemento dell'insieme di partenza ha un'immagine e non sempre un elemento dell'insieme di arrivo è immagine di qualcosa.

Per questo introduciamo due nuove definizioni:



L'**insieme di definizione** della funzione **f** (indicato con $\mathbf{D_f}$), ovvero l'insieme di tutti i numeri appartenenti all'insieme di partenza che hanno un'immagine nell'insieme di arrivo.

L'**insieme delle immagini** della funzione **f** (indicato con $\mathbf{Im_f}$), ovvero l'insieme di tutti i numeri appartenenti all'insieme di arrivo che hanno un argomento nell'insieme di partenza.

Come determinare l'insieme di definizione?

Bisogna analizzare quelle situazioni per cui un'espressione algebrica non è definita. Nel caso dell'insieme R si tratta principalmente di analizzare i denominatori (non devono essere zero) e le radici quadrate (o di indice pari).

Esempio: $g : x \mapsto y = \sqrt{5-x}$

La funzione è definita solo se l'espressione sotto radice è maggiore o uguale a zero.

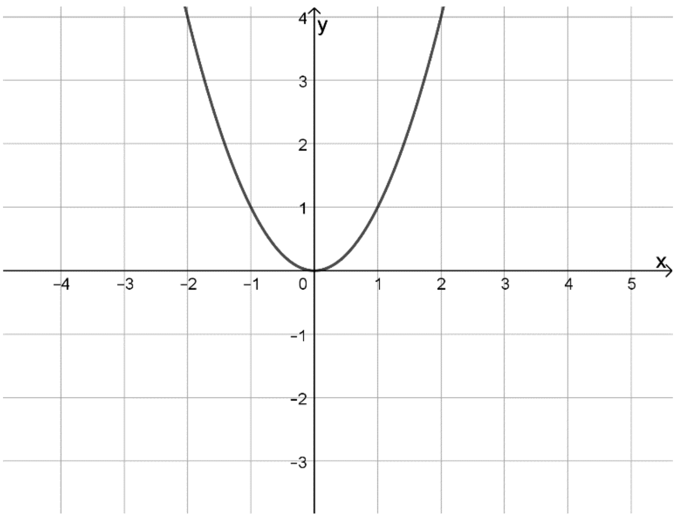
$5 - x \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq -5 \Leftrightarrow x \leq 5 \qquad D_g = \left]-\infty; 5\right]$

Come determinare l'insieme delle immagini?

Non abbiamo ancora molti strumenti analitici per capirlo. La via migliore è quella di ragionare sul grafico della funzione e guardare quali valori sull'asse y sono immagini di qualcosa.

A lato abbiamo il grafico della funzione quadratica elementare $h : x \mapsto y = x^2$

$Im_h =$ ……………………………



Come scrivere questi insiemi?

Per funzioni reali è spesso comodo usare il linguaggio degli intervalli:

$D_f = \left]-\infty; 4\right[\cup \left]4; +\infty\right[$

Per funzioni come f, in cui un solo numero (o solo alcuni numeri) non sono elementi di R possiamo usare anche questa più comoda notazione:

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

(il simbolo \ indica la differenza tra due insiemi; in questo caso significa tutto R meno il numero 4).