



Equazioni fratte

Le equazioni che contengono un'incognita nel denominatore di una frazione si dicono **equazioni fratte**. Anch'esse si risolvono sfruttando le proprietà delle uguaglianze.

Un esempio di equazione fratta:

$$\frac{5}{x+5} = 8$$

Vediamo come si risolve:

$$\frac{5}{x+5} = 8$$

V.E. $x =$

$$(x+5) \cdot \frac{5}{x+5} = (x+5) \cdot 8$$

Si moltiplicano entrambi i membri per $(x+5)$

$$5 = 8x + 40$$

$$-35 = 8x$$

$$x = -\frac{35}{8}$$

$$S = \left\{ -\frac{35}{8} \right\}$$

Nelle equazioni fratte, bisogna tenere conto delle **condizioni di esistenza** delle espressioni che vi compaiono.

In matematica non è possibile (non ha senso) dividere per zero.

Avendo incognite a denominatore, possono esserci situazioni dove i denominatori, per determinati valori delle incognite, assumono il valore 0.

Nell'esempio precedente, il denominatore " $x+5$ " diventa zero se " $x=-5$ ".

Questo valore deve essere escluso dalle potenziali soluzioni dell'equazione, poiché renderebbe priva di senso l'espressione $\frac{5}{x+5}$.

Si usa annotare questi valori prima di risolvere l'equazione.

Di solito li si annota scrivendo "V.E", che sta per **valori eccezionali**, nel senso di valori che creano un'eccezione: la divisione per zero.

Vediamo un altro esempio:

$$\frac{3}{x} = 8$$

V.E. $x =$

$$x \cdot \frac{3}{x} = 8 \cdot x$$

Si moltiplicano entrambi i membri per x

$$3 = 8x$$

$$x = \frac{3}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{8} \right\}$$

Altro esempio, con sorpresa...

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{a-2} = -\frac{1}{a-2}$$

V.E. $a =$

$$(a-2)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{a-2}\right) = \left(-\frac{1}{a-2}\right)(a-2)$$

Si moltiplicano entrambi i membri per $(a-2)$

$$\frac{a-2}{2} - 1 = -1$$

/ +1

$$\frac{a-2}{2} = 0$$

/ ·2

$$a-2=0$$

/ +2

$$a=2$$

$S =$

In quest'ultimo esempio, **la soluzione trovata non è accettabile**, poiché causerebbe una divisione per zero nell'equazione di partenza. Va quindi esclusa dall'insieme delle soluzioni.

Un altro esempio: indica a lato di ogni passaggio quale operazione è stata svolta su entrambi i membri dell'equazione.

$$\frac{6}{t-3} = \frac{2}{t-3} + \frac{1}{2}$$

V.E. $t =$

$$6 = 2 + \frac{1}{2}t - \frac{3}{2}$$

$$6 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t$$

$$\frac{11}{2} = \frac{1}{2}t$$

$$11 = t$$

$S =$

Esercizi di apprendimento

1. Scrivi i valori eccezionali delle seguenti equazioni fratte:

$$\text{a) } -76,2 = \frac{2^{34}}{x} \quad \text{b) } \frac{x+2}{x-2} = \pi \quad \text{c) } 3n + \frac{1,234}{n+44} = \frac{n}{n-44}$$

$$\text{d) } \frac{x+12}{x} + \frac{4}{x-99} - \frac{x^{45}}{x+1,5} + \frac{\sqrt{2}}{x-\pi} = 0 \quad \text{e) } \frac{4}{3w-3} + \frac{5}{4w-5} = \frac{3w+6}{2}$$

2. Risolvi le seguenti equazioni:

$$\text{a) } \frac{2}{5} = \frac{10}{x} \quad \text{b) } \frac{22,5}{n} = \frac{2}{5} \quad \text{c) } \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \text{ (con } x \text{ incognita)}$$

$$\text{d) } \frac{8-a}{a} = \frac{1}{5} \quad \text{e) } \frac{2x-1}{x+3} = \frac{-7}{x+3} \quad \text{f) } \frac{5}{x+3} = \frac{4}{x+1}$$

3. Inventa un'equazione fratta, la cui soluzione corrisponda con uno dei valori eccezionali.

4. Risolvi le seguenti equazioni:

$$\text{a) } \frac{t+2}{t+3} = \frac{t}{t+1} \quad \text{b) } \frac{10-7x}{6-7x} = \frac{5x-4}{5x} \quad \text{c) } 1 + \frac{5-x}{2x-4} + \frac{4}{2(2-x)} = 0$$

$$\text{d) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 2 \quad \text{e) } \frac{k+1}{k-1} - \frac{3}{k+1} = \frac{k^2}{k^2-1} \quad \text{f) } \frac{2}{45 \cdot (x-x)} = x$$