

Disequazioni fratte

Nell'attività introduttiva abbiamo incontrato la seguente disequazione fratta:

$$\frac{5t - 230}{2t + 7} > 0$$

Come risolverla?

Possiamo ragionare in questo modo: quando l'espressione $\frac{a}{b}$ è maggiore di zero? Ci sono due casi:

- caso 1: Quando sia a che b sono positivi
- caso 2: Quando sia a che b sono negativi

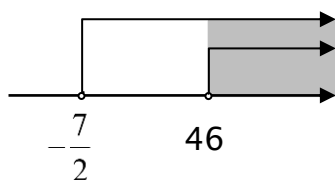
Per la disequazione iniziale abbiamo quindi due sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} 5t - 230 > 0 \\ 2t + 7 > 0 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} 5t - 230 < 0 \\ 2t + 7 < 0 \end{cases}$$

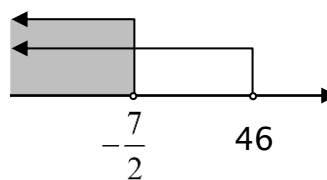
da cui

$$\begin{cases} 5t > 230 \\ 2t > -7 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} 5t < 230 \\ 2t < -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 46 \\ t > -\frac{7}{2} \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} t < 46 \\ t < -\frac{7}{2} \end{cases}$$



$$S_1 =]46; \infty[$$



$$S_2 =]-\infty; -\frac{7}{2}[$$

Dato che entrambi i casi soddisfano la disequazione iniziale, l'insieme delle soluzioni della stessa è dato dall'unione degli insiemi delle soluzioni dei due sistemi:

$$S = S_1 \cup S_2 =]-\infty; -\frac{7}{2}[\cup]46; \infty[$$

Esercizi:

1. Risolvi la disequazione: $\frac{x-1}{x-2} > 0$

2. Risolvi la disequazione: $\frac{x}{5-6x} \geq 0$

3. Risolvi la disequazione: $\frac{2x-3}{1-3x} < 0$

4. Risolvi la disequazione: $\frac{10}{1-x} > 0$

5. Risolvi la disequazione: $\frac{2}{3x+1} < -1$

6. Una nonna ha 54 anni e la nipote 6. Quanti anni dovranno passare al minimo affinché il rapporto tra l'età della nonna e quella della nipote diventi minore di 4?

7. Risolvi le disequazioni:

a) $\frac{x-3}{x^2-10x+25} \leq 0$

b) $\frac{-11}{20-3y} \geq 0$

c) $\frac{20}{x} < 4$

d) $\frac{4}{x-3} \geq 2 - \frac{5x-4}{x-3}$

e) $\frac{2x+3}{4x+2} \leq -3$

f) $\frac{4x}{1-x} > \frac{2}{x-1} - 2$
