

Sistema numerico posizionale e calcolo algebrico

Per scrivere i numeri usiamo un **sistema posizionale in base 10**. Questo vuol dire che usiamo 10 simboli diversi (le 10 cifre) e che il valore di ogni cifra dipende dalla sua posizione nella scrittura del numero.

Consideriamo il numero 347:

- la cifra 3 vale 3 centinaia
- la cifra 4 vale 4 decine
- la cifra 7 vale 7 unità

Possiamo quindi scrivere:

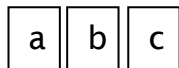
$$347 = 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7$$

Chiediamoci ora come rappresentare in modo generico un numero di 3 cifre. Possiamo chiamare a la cifra delle centinaia, b la cifra delle decine e c la cifra delle unità.

Possiamo scrivere “abc” per rappresentare questo numero?

.....

Scriviamo allora, inventandoci una notazione:



Riflettiamo ora:

- che valore ha la lettera a?
- che valore ha la lettera b?
- che valore ha la lettera c?

Possiamo quindi esprimere il valore di un numero generico di 3 cifre in questo modo:

a	b	c	=
---	---	---	---	-------

Grazie a questa osservazione, e alle nostre conoscenze di calcolo letterale, possiamo ad esempio dimostrare il criterio di divisibilità per 9: “un numero è divisibile per 9, se lo è la somma delle sue cifre”.

Dimostriamolo per un numero di 3 cifre:

$$\begin{aligned}100a + 10b + c &= 99a + a + 9b + b + c = \\ &= 99a + 9b + a + b + c = 9 \cdot (11a + b) + a + b + c\end{aligned}$$

La prima parte è sicuramente multiplo di 9, per esserlo tutto il numero deve esserlo anche la somma delle cifre $a + b + c$.

Quindi per verificare se un numero è divisibile per nove, basta verificare che lo sia la somma delle sue cifre.

Attività 1

Dimostra il criterio di divisibilità per tre per un numero di 4 cifre.

Attività 2

- “Pensa un numero di due cifre...”
- “Inverti l’ordine delle cifre...”
- “Sottrai il minore dal maggiore...”
- “Il risultato è multiplo di 9.”

Si ottiene davvero sempre un multiplo di 9? Perché?

Attività 3

Il quadrato di numeri di due cifre che finiscono con 5 si può calcolare nel seguente modo: si fa il prodotto della cifra delle decine per il suo successivo e si “aggiunge” 25.

Esempio: $35 \cdot 35 \rightarrow 3 \cdot 4 = 12 \rightarrow 1225$

Esempio: $75 \cdot 75$

Sapresti spiegare perché questo metodo funziona?

Attività 4

Prendi un numero di 4 cifre e crea un nuovo numero “spostando” la prima cifra in fondo. Ad esempio partendo da 5467 otteniamo 4675.

Somma i due numeri. Ottieni un multiplo di 11. Perché?

Attività 5

Cancellando la cifra delle unità di un numero naturale minore di 100 si ottiene un numero di 14 volte più piccolo. Quanti e quali numeri naturali possiedono questa proprietà?